

Transferência Indutiva de Potência para VAS: Um Estudo Comparativo Entre Transformadores de Topologias Circulares

Israel F. Lopes * Pedro G. Barbosa **

* Universidade Federal de Juiz de Fora, Juiz de Fora, MG, (e-mail: israel.lopes@ufjf.br).

** Universidade Federal de Juiz de Fora, Juiz de Fora, MG, (e-mail: pedro.gomes@ufjf.br)

Abstract: This work presents a simulation study on Inductive Power Transfer (IPT) applied to Autonomous Underwater Vehicles (AUV), conducting a comparison between three topologies of Split Core Transformers (SCT): Solenoid-Solenoid, Solenoid-Planar Spiral (SP) and Solenoid-Toroid (ST). The three topologies are designed based on a target inductance algorithm with exhaustive search, where literature equations are used for the calculation of self and mutual inductances. The study shows that all three topologies exhibit good tolerance to misalignments, presenting a theoretical efficiency of approximately 96% for a misalignment of 100%.

Resumo: Este trabalho apresenta um estudo de simulação sobre Transferência Indutiva de Potência (TIP) aplicada a Veículos Autônomos Subaquáticos (VAS), realizando uma comparação entre três topologias de Transformadores de Núcleo Separado (TNS): Solenoide-Solenoide, Solenoide-Espiral Planar (SE) e Solenoide-Toroide (ST). As três topologias são projetadas com base num algoritmo do tipo indutância alvo com busca exaustiva, em que são utilizadas equações da literatura para o cálculo de indutâncias próprias e mútuas. O estudo mostra que as três topologias possuem boa tolerância a desalinhamentos, apresentando uma eficiência teórica de 96%, aproximadamente, para um desalinhamento de 100%.

Keywords: Inductive Power Transfer, Split Core Transformer, Autonomous Underwater Vehicles, Tolerance to Misalignments; Target Inductance Algorithm.

Palavras-chaves: Transferência Indutiva de Potência, Transformador de Núcleo Separado, Veículos Autônomos Subaquáticos, Tolerância a Desalinhamentos, Algoritmo de Indutância Alvo.

1. INTRODUÇÃO

Nos últimos anos, a Transferência Indutiva de Potência (TIP) vem sendo intensamente investigada na literatura, devido à sua praticidade para aplicações em carregamento de baterias de veículos elétricos não tripulados, especialmente em Veículos Autônomos Subaquáticos (VAS). Nesta aplicação, os enrolamentos primário e secundário ficam mecanicamente desacoplados, dando origem a um Transformador de Núcleo Separado (TNS) (Lopes et al., 2020). Diversos trabalhos na literatura estudam topologias específicas de transformadores, com o objetivo de adaptar as bobinas aos formatos do veículo e da base de carregamento (base de docagem) (Yan et al., 2019; Cai et al., 2020; Yu et al., 2023; Martínez de Alegría et al., 2024). No entanto, é muito comum encontrar aplicações que utilizam topologias empregadas em ambientes terrestres (Hayslett et al., 2016; Lopes et al., 2020; Mohsan et al., 2020; Yu et al., 2023). Um dos principais desafios na transferência indutiva de potência subaquática é mitigar os efeitos adversos dos desalinhamentos entre primário e secundário que ocorrem no processo de docagem. Nesse sentido, algumas pesquisas se dedicam a mitigar desalinhamentos pelo encaixe mecânico do VAS com sua estação de docagem (Purcell, 1998; Allen

et al., 2006). Por outro lado, também são encontradas pesquisas que objetivam desenvolver topologias de TNS com fator de acoplamento tolerante a desalinhamentos (Zhao et al., 2017, 2019; Lopes et al., 2021).

Na grande maioria dos trabalhos sobre TIP, as topologias estudadas são simuladas em programas de modelagem eletromagnética, baseados em elementos finitos. Muitos dos programas utilizados são capazes de simular diversas geometrias, simétricas ou não, em duas e três dimensões. Porém, poucos são de acesso livre. Um exemplo de *software* livre que permite modelar problemas em 2D com simetria planar e em 3D com simetria radial é o *Finite Element Method Magnetics* (FEMM) (Meeker, 2013).

Por outro lado, também é possível estimar o valor das indutâncias próprias e mútuas, dependendo da geometria e da presença ou não de núcleo, a partir de equações da literatura. Em Rosa and Grover (1912), por exemplo, são apresentadas equações que estimam o valor de indutâncias de bobinas com geometria circular, sendo possível implementar rotinas matemáticas para projetar TNS sem a necessidade de realizar simulações em programas de modelagem eletromagnética.

Neste sentido, este trabalho tem como objetivo apresentar um estudo de dimensionamento de um TNS para um sistema TIP, aplicado a veículos autônomos subaquáticos, comparando três combinações de topologias circulares presentes na literatura: Solenoide-Solenoide (SS), Solenoide-Espiral Planar (SE) e Solenoide-Toroidal. Nos três casos, serão projetados transformadores coaxiais que podem ser aplicados em sistemas de docagem e em VAS. A bobina do tipo solenoide será empregada no lado primário em todas as combinações, podendo ser facilmente adaptada a um sistema de docagem do tipo funil (Shi et al., 2014).

Para o dimensionamento dos TNS, foi implementado um algoritmo de busca exaustiva do tipo indutância alvo, com base no incremento do número de espiras, do espaçamento entre condutores e do raio dos mesmos. A partir do dimensionamento das três topologias, será investigado neste estudo qual delas apresentará a maior eficiência e maior tolerância a desalinhamentos coaxiais.

Um arranjo típico de sistema de docagem de VAS utilizando um TNS do tipo Solenoide-Espiral Planar (SE) é apresentado na Figura 1, ao passo que a estrutura do sistema TIP é apresentada na Figura 2, na qual o lado primário do TNS é alimentado por um Inversor Fonte de Tensão. Já o lado secundário do TNS é conectado a um retificador de onda completa seguido por um capacitor de filtro (C_f) e uma resistência equivalente (R_{eq}) que representa a carga na saída do sistema (conversores controladores de carga e bateria). Capacitores de compensação no primário e no secundário são representados por C_p e C_s , respectivamente.

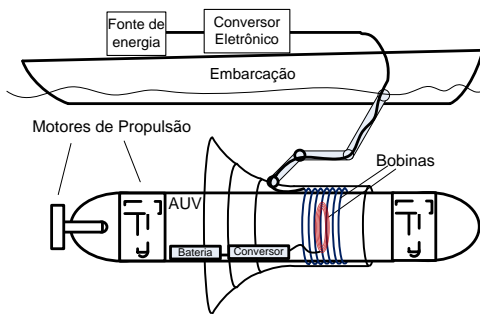


Figura 1. Exemplo de sistema de docagem de um VAS.

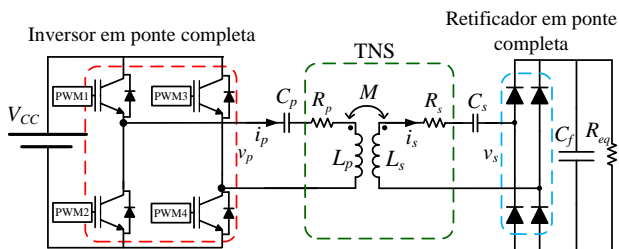


Figura 2. O sistema TIP em estudo.

Adicionalmente, neste documento será apresentado um estudo da tolerância a desalinhamentos coaxiais das três topologias projetadas, além das implicações desses desalinhamentos na eficiência de cada TNS. Além disso, serão realizadas simulações no FEMM a fim de comparar os resultados obtidos com aqueles calculados por meio das equações disponíveis na literatura.

2. SISTEMA TIP EM ESTUDO

O sistema da Figura 2 foi dimensionado de acordo com o conjunto de baterias do VAS Mares da Universidade Federal de Juiz de Fora (UFJF) (Boas et al., 2013). A compensação utilizada neste trabalho foi a do tipo série-série, seguindo a metodologia proposta em Aditya and Williamson (2019). Os parâmetros do transformador (indutâncias próprias e mútua) e as capacitâncias de compensação, necessários para evitar o efeito de bifurcação, foram calculados com base em Aditya and Williamson (2019), para uma frequência de comutação de 20kHz. Os parâmetros de projeto estão listados na Tabela 1.

Tabela 1. Parâmetros de projeto do sistema.

| Parâmetro | Valor |
|-----------|----------------|
| P_s | 300 W |
| V_s | 36 V |
| R_{eq} | 4,34 Ω |
| C_f | 1000 μF |
| Q_s | 4 |
| f | 20 kHz |
| L_s | 138,12 μH |
| L_p | 561,27 μH |
| M | 69,06 μH |
| k_c | 0.33 |

Na Tabela 1, Q_s representa o fator de qualidade do enrolamento secundário; k_c é o fator de acoplamento crítico; V_s é a tensão eficaz de saída no lado secundário. Com o objetivo de evitar o fenômeno da bifurcação, o fator de acoplamento a ser definido para o TNS deve ser menor que k_c . Para cumprir esta condição, o enrolamento primário naturalmente deverá ter indutância maior que o valor de L_p da Tabela 1.

As capacitâncias de compensação série do primário (C_p) e série do secundário (C_s) foram calculadas por (1) e (2), em que ω é a frequência angular, L_p é a indutância própria do enrolamento primário e L_s é a indutância própria do enrolamento secundário.

$$C_p = \frac{1}{\omega^2 L_p} \quad (1)$$

$$C_s = \frac{1}{\omega^2 L_s} \quad (2)$$

Com o sistema operando nas condições de projeto, as tensões e correntes de entrada e saída no circuito se comportam conforme a Figura 3. No entanto, caso haja variação na indutância mútua, o ganho de tensão, eficiência e a capacidade de transferir energia também são afetados.

3. TOPOLOGIAS EM ESTUDO: SS, SE E ST

As bobinas projetadas são do tipo Solenoide-Solenoide (SS), Solenoide-Espiral planar (SE) e Solenoide-Toroidal (ST). Uma ilustração das combinações de transformadores é apresentada, em corte, na Figura 4. As equações para cálculo das indutâncias serão apresentadas na sequência.

3.1 Cálculo das indutância própria de um solenoide finito

Para calcular os valores de indutância própria de um solenoide de uma camada, foi utilizada a expressão de Nagaoka (Rosa and Grover, 1912):

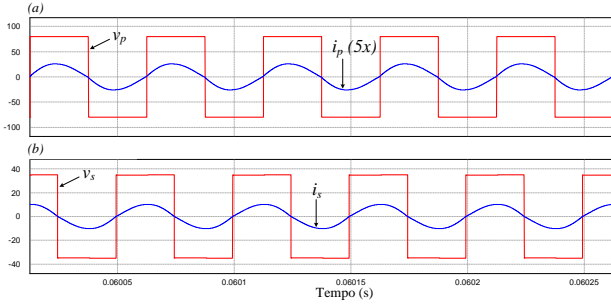


Figura 3. (a) Tensão e corrente de entrada (primário); (b) Tensão e corrente de saída (secundário).

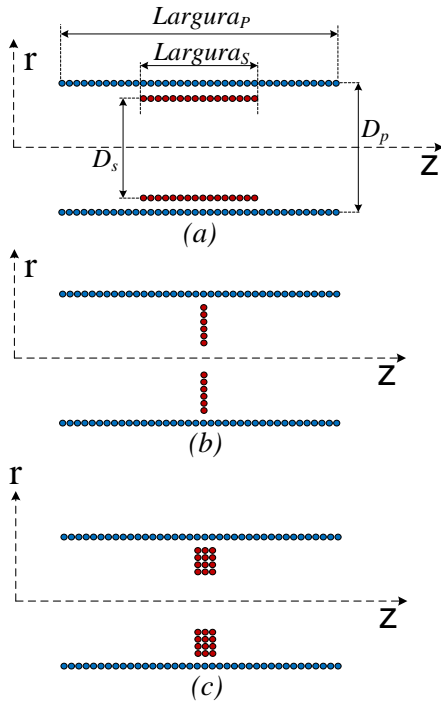


Figura 4. Bobinas em corte: (a) Solenoide-Solenoide; (b) Solenoide-Espiral Planar; (c) Solenoide-Toroide.

$$L = 10^{-7} \frac{4\pi^2 a^2 N^2}{b} K \quad (3)$$

em que a é o raio do solenoide, b é a largura do solenoide e N é o número de espiras. O parâmetro K é uma função da relação entre “diâmetro/largura”, cujos valores podem ser consultados em (Rosa and Grover, 1912).

3.2 Cálculo das indutância própria de uma espiral planar

Para calcular a indutância própria de um bobina espiral planar, foi utilizada a fórmula de *Wheeler* (Wheeler, 1928). Utilizando o sistema internacional de unidades, a indutância (em *Henry*) pode ser calculada por:

$$L = 10^{-4} \frac{\alpha^2 N^2}{(8\alpha + 11c) 2,54} \quad (4)$$

em que α é o raio médio da bobina espiral planar e c é a diferença entre o raio externo e o raio interno, conforme Figura 5.

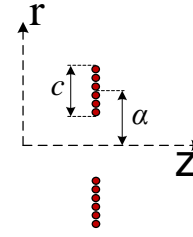


Figura 5. Dimensões da bobina pela fórmula de *Wheeler*.

3.3 Cálculo das indutância própria de um toroide de seção retangular

Para calcular a indutância própria de um toroide de seção retangular, foi utilizada a fórmula de *Perry* (Rosa and Grover, 1912). Utilizando o sistema internacional de unidades, a indutância (em *Henry*) pode ser calculada por:

$$L = 10^{-7} \frac{4\pi\delta^2 N^2}{0,2317\delta + 0,44b + 0,39c} \quad (5)$$

em que δ é o raio médio do toroide, b é a largura do toroide e c é a diferença entre o raio externo e o raio interno, conforme Figura 6.

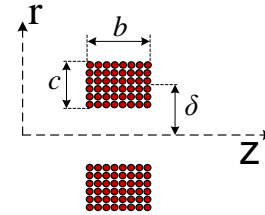


Figura 6. Dimensões da bobina pela fórmula de *Perry*.

3.4 Cálculo da indutância mútua

A indutância mútua entre as bobinas dos transformadores em estudo foi calculada através da fórmula de *Nagaoka* (Rosa and Grover, 1912), podendo ser usada para calcular a indutância mútua entre dois anéis coaxiais sem a necessidade de utilizar tabelas de integrais elípticas. A indutância mútua de um anel i do primário para um anel j do secundário pode ser calculada por:

$$\begin{cases} M_{i,j} = 16\pi^2 \sqrt{a_i a_j} q^{\frac{3}{2}} (1 + \varepsilon) 10^{-7} \\ \varepsilon = 3q^4 - 4q^6 + 9q^8 - 12q^{10} + \dots \\ q = \frac{l}{2} + 2 \left(\frac{l}{2}\right)^5 + 15 \left(\frac{l}{2}\right)^9 + \dots \\ l = \frac{1 - \sqrt{k'}}{1 + \sqrt{k'}} \\ k' = \frac{\sqrt{(a_i - a_j)^2 + d^2}}{\sqrt{(a_i + a_j)^2 + d^2}} \end{cases} \quad (6)$$

em que a_i a_j são, respectivamente, o raio do anel do primário e o raio do anel secundário. O parâmetro d é a distância entre os centros dos dois anéis, através do

qual é possível inserir um valor de desalinhamento coaxial entre as bobinas. A indutância mútua entre primário e secundário (agregando todos os anéis) é calculada por:

$$\sum_{i=1}^{N_p} \sum_{j=1}^{N_s} M_{i,j} \quad (7)$$

3.5 Algoritmo de projeto dos transformadores

Para projetar o desenho dos transformadores, foi implementado um algoritmo de busca exaustiva do valor da indutância, o que normalmente é conhecido como algoritmo do tipo indutância alvo (Fernandes Rodolfo Castanho, 2015). Dessa forma, para cada um dos três transformadores, foram definidas as dimensões das bobinas com base no incremento do número de espiras (no primário e secundário), no incremento do espaçamento entre condutores do secundário (ΔN_s) e no incremento raio do primário (Δr_p). A Figura 7 apresenta um fluxograma do algoritmo implementado, considerando as seguintes condições:

- (1) As topologias do secundário tiveram o diâmetro mais externo limitado ($raio_{S_{max}}$), considerando as dimensões do VAS Mares da UFJF;
- (2) Foi estabelecido um raio mínimo para a topologia do primário (tipo solenoide), considerando um possível sistema de docagem em funil em consonância com as dimensões do VAS Mares da UFJF;
- (3) Considerando um valor de densidade de corrente máxima de $4A/mm^2$ (Aditya and Williamson, 2019), o condutor escolhido para ambos os enrolamentos possui diâmetro de 1,63 mm (equivalente ao condutor AWG#14), aproximadamente;
- (4) Todas as topologias foram projetadas supondo alinhamento coaxial entre primário e secundário;
- (5) Todas as topologias foram projetadas considerando que o ponto médio do enrolamento primário coincide com o ponto médio do enrolamento secundário (condição de máxima indutância mútua entre as bobinas e desalinhamento coaxial nulo).

A Tabela 2 apresenta as características de projeto dos três transformadores em estudo, a partir do algoritmo de busca implementado. Para todos os casos, as capacitâncias de compensação série-série foram calculadas a partir de (1) e (2), resultando em: $C_p = 112,74 nF$ e $C_s = 452,47 nF$ (SS); $C_p = 106,61 nF$ e $C_s = 450,81 nF$ (SE); $C_p = 111,40 nF$ e $C_s = 450,63 nF$ (ST).

4. COMPORTAMENTO DO SISTEMA SOB CONDIÇÕES DE DESALINHAMENTOS

Desalinhamentos e movimentações do VAS são comuns e afetam diretamente a indutância mútua e o fator de acoplamento do TNS. Caso um desalinhamento provoque aumento da indutância mútua, o circuito poderá entrar na bifurcação, atenuando o ganho de tensão e a capacidade de transferir energia (Aditya and Williamson, 2019). Por outro lado, uma diminuição na indutância mútua provoca aumento nas correntes e no ganho de tensão, o que pode comprometer o funcionamento dos conversores do lado secundário e elevar os níveis de tensão dos capacitores de compensação (Aditya and Williamson, 2019).

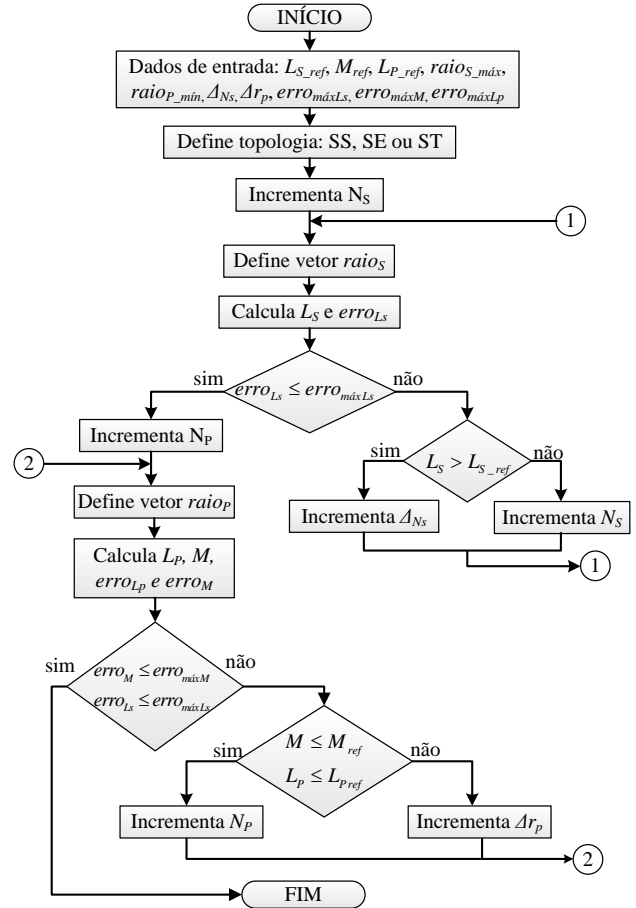


Figura 7. Fluxograma do algoritmo.

Tabela 2. Parâmetros de projeto dos TNS.

| Parâmetro | Valor | | |
|-----------------------|--------|-----------|------------|
| | SS | SE | ST |
| N_p | 33 | 36 | 34 |
| N_s | 25 | 29 | 20 |
| D_p (mm) | 316,40 | 294,40 | 313,60 |
| D_s (mm) | 160 | 88,20-180 | 165,30-180 |
| $Length_p$ (mm) | 54,10 | 59 | 55,70 |
| $Length_s$ (mm) | 41 | 1,60 | 7,20 |
| L_p (μH) | 561,68 | 594,97 | 568,45 |
| L_s (μH) | 139,95 | 140,47 | 140,53 |
| M (μH) | 71,02 | 70,87 | 71,01 |
| R_p (m Ω) | 270,40 | 274,40 | 276,10 |
| R_s (m Ω) | 103,60 | 100,70 | 89,40 |
| Comprimento N_p (m) | 32,80 | 33,30 | 33,50 |
| Comprimento N_s (m) | 12,57 | 12,22 | 10,85 |

Para os transformadores projetados neste trabalho, o valor máximo de indutância mútua entre as bobinas é alcançado quando o ponto médio de ambos os enrolamentos se coincidem (desalinhamento nulo). Neste caso, quaisquer desalinhamentos oriundos de uma docagem acarretarão em diminuição no valor da indutância mútua da Tabela 2.

Aplicando condições de desalinhamento em (6), é possível calcular, para cada condição, o valor do fator de acoplamento entre as bobinas na forma:

$$k = \frac{M}{\sqrt{L_p L_s}} \quad (8)$$

Logo, o comportamento do fator de acoplamento dos três transformadores, em função do desalinhamento, é apresentado na Figura 8(a). Já na Figura 8(b), é apresentado o mesmo comportamento, porém com os eixos representando valores percentuais. É interessante observar que o comportamento do fator de acoplamento da Figura 8(b) (variações percentuais) é idêntico ao da indutância mútua (também em variações percentuais). É importante ressaltar que o percentual de desalinhamento na Figura 8(b) é calculado em função da metade da largura do enrolamento primário. Isso significa que um desalinhamento de 100% ocorrerá quando o ponto médio do enrolamento secundário atingir a fronteira do enrolamento primário.

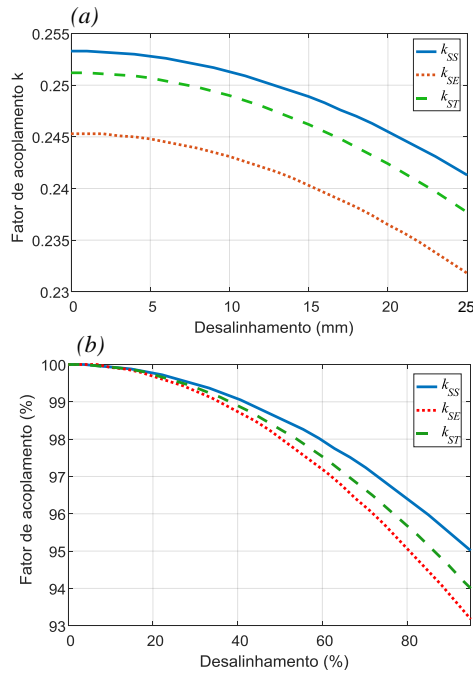


Figura 8. Fator de acoplamento *versus* desalinhamento coaxial: (a)Valores absolutos; (b)Valores percentuais.

Por fim, estimou-se o valor da eficiência do sistema TIP para os três casos avaliados nas condições de desalinhamento nulo e 100% de desalinhamento. Embora seja possível perceber que, de acordo com a Figura 8(b), a topologia SS apresentou maior tolerância a desalinhamento, a topologia ST apresentou maior eficiência entre as três (o que pode ser explicado pela resistência do enrolamento toroidal, Tabela 2). Uma comparação entre as eficiências é apresentada na Tabela 3. Observa-se que as três topologias apresentaram eficiências muito semelhantes.

Tabela 3. Comparação entre as eficiências.

| | SS | SE | ST |
|--------------------------------|-------|-------|-------|
| η (desalinhamento = 0) | 96,17 | 96,21 | 96,45 |
| η (desalinhamento = 100%) | 96 | 95,97 | 96,25 |

5. SIMULAÇÕES COM O FEMM

A fim de comparar os resultados obtidos com as equações de cálculo de indutâncias, as três topologias de transformadores foram simuladas no FEMM. A Figura 9 apresenta uma simulação dos três casos para condição de desalinhamento nulo e a Tabela 4 apresenta os valores simulados no

FEMM para condições de desalinhamento nulo e 100% de desalinhamento.

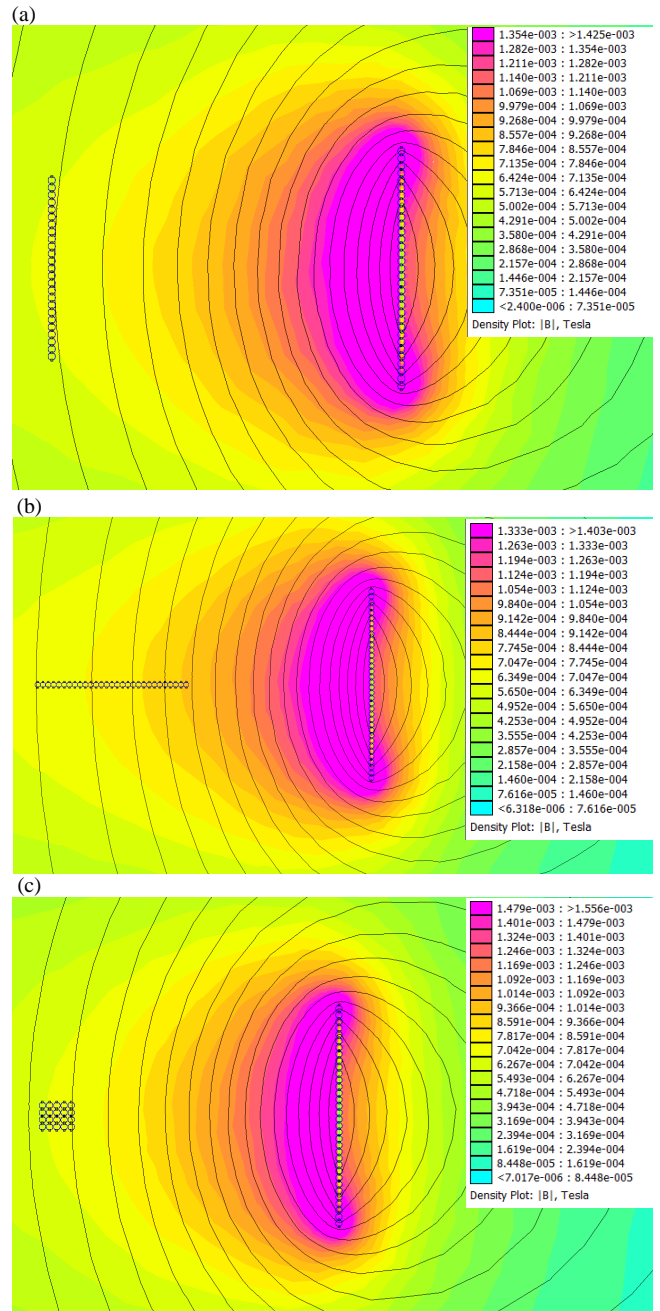


Figura 9. Simulação dos TNS usando o FEMM: (a)SS; (b)SE; (c)ST.

Tabela 4. Parâmetros simulados no FEMM.

| | SS | SE | ST |
|-----------------------------|--------|--------|--------|
| L_P (μF) | 568,97 | 593,04 | 589,43 |
| L_S (μF) | 139,76 | 135,19 | 140,02 |
| M (μF) (des. nulo) | 70,91 | 70,82 | 71,09 |
| M (μF) (des. 100%) | 67,03 | 65,66 | 66,63 |

6. CONCLUSÃO

O estudo apresentado neste trabalho permitiu verificar a aplicabilidade das equações existentes na literatura que estimam valores de indutâncias próprias e mútuas entre

topologias de bobinas circulares. Foi possível comparar neste estudo três topologias de TNS: Solenoide-Solenoide, Solenoide-Espiral Planar (SE) e Solenoide-Toroide (ST). As três topologias foram projetadas com a implementação de um algoritmo do tipo indutância alvo com busca exaustiva, e os resultados mostraram que todos os casos apresentaram eficiências teóricas semelhantes, em torno de 96 %. Porém, a topologia SS apresentou maior tolerância a desalinhamentos do que as demais, mostrando-se uma alternativa simples e eficaz de implementação em VAS. Os resultados alcançados por meio do algoritmo permitiram projetar transformadores com elevada eficiência. Neste sentido, as principais contribuições deste trabalho foram a implementação do algoritmo de projeto dos transformadores e o estudo comparativo entre as três topologias de TNS, no que se refere a eficiência e tolerância a desalinhamentos. Por fim, é importante ressaltar que os resultados calculados foram comparados com a simulação utilizando o FEMM, mostrando similaridade entre eles.

AGRADECIMENTOS

Os autores agradecem o apoio da UFJF e também aos órgãos CNPq, INERGE, CAPES e FAPEMIG.

REFERÊNCIAS

- Aditya, K. and Williamson, S.S. (2019). Design guidelines to avoid bifurcation in a series-series compensated inductive power transfer system. *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, 66(5), 3973–3982. doi:10.1109/TIE.2018.2851953.
- Allen, B., Austin, T., Forrester, N., Goldsborough, R., Kukulya, A., Packard, G., Purcell, M., and Stokey, R. (2006). Autonomous docking demonstrations with enhanced remus technology. In *OCEANS 2006*, 1–6. IEEE.
- Boas, E.R.V., Honório, L.M., Marcato, A.L.M., Oliveira, E.J., Barbosa, P.G., Barbosa, D.A., Boas, A.S.C.V., Cruz, N.A., Matos, A., Ferreira, B.M., et al. (2013). Desenvolvimento de um veículo subaquático autônomo para supervisão inteligente de reservatórios. *Proceeding Series of the Brazilian Society of Computational and Applied Mathematics*, 1(1).
- Cai, C., Zhang, Y., Wu, S., Liu, J., Zhang, Z., and Jiang, L. (2020). A circumferential coupled dipole-coil magnetic coupler for autonomous underwater vehicles wireless charging applications. *IEEE Access*, 8, 65432–65442. doi:10.1109/ACCESS.2020.2984530.
- Fernandes Rodolfo Castanho, D.O.A.A. (2015). Exhaustive algorithms applied to the design of inductive power transfer couplers. doi:10.1017/wpt.2015.7. URL <http://www.maxapress.com/article/doi/10.1017/wpt.2015.7>.
- Hayslett, T.M., Orekan, T., and Zhang, P. (2016). Underwater wireless power transfer for ocean system applications. In *OCEANS 2016 MTS/IEEE Monterey*, 1–6. doi:10.1109/OCEANS.2016.7761481.
- Lopes, I.F., Coelho, D.C., Aguilar Bojorge, E.V., Andrade de Oliveira, L.R., Oliveira Almeida, A.d., and Barbosa, P.G. (2021). Underwater wireless power transfer with high tolerance to misalignments. In *2021 Brazilian Power Electronics Conference (COBEP)*, 1–5. doi:10.1109/COBEP53665.2021.9684046.
- Lopes, I.F., Lacerda Valle, R., Azevedo Fogli, G., Ferreira, A.A., and Gomes Barbosa, P. (2020). Low-frequency underwater wireless power transfer: Maximum efficiency tracking strategy. *IEEE Latin America Transactions*, 18(07), 1200–1208. doi:10.1109/TLA.2020.9099760.
- Martínez de Alegria, I., Rozas Holgado, I., Ibarra, E., Robles, E., and Martín, J.L. (2024). Wireless power transfer for unmanned underwater vehicles: Technologies, challenges and applications. *Energies*, 17(10). doi:10.3390/en17102305. URL <https://www.mdpi.com/1996-1073/17/10/2305>.
- Meeker, D.C. (2013). *Finite element method magnetics (versão 4.2)*, obtido em www.femm.info.
- Mohsan, S.A.H., Islam, A., Khan, M.A., Mahmood, A., Rokia, L.S., Mazinani, A., and Amjad, H. (2020). A review on research challenges, limitations and practical solutions for underwater wireless power transfer. *International Journal of Advanced Computer Science and Applications*, 11(8). doi:10.14569/IJACSA.2020.0110869. URL <http://dx.doi.org/10.14569/IJACSA.2020.0110869>.
- Purcell, M. (1998). The remus auv docking system: Overview and test results. In *Oceans '98*, 886–890.
- Rosa, E. and Grover, F. (1912). *Formulas and Tables for the Calculation of Mutual and Self-inductance*. Bulletin of the Bureau of Standards. U.S. Government Printing Office. URL <https://books.google.com.br/books?id=bQKbKsZzGcgC>.
- Shi, J.g., Li, D.j., and Yang, C.j. (2014). Design and analysis of an underwater inductive coupling power transfer system for autonomous underwater vehicle docking applications. *Journal of Zhejiang University SCIENCE C*, 15(1), 51–62.
- Wheeler, H. (1928). Simple inductance formulas for radio coils. *Proceedings of the Institute of Radio Engineers*, 16(10), 1398–1400. doi:10.1109/JRPROC.1928.221309.
- Yan, Z., Zhang, Y., Zhang, K., Song, B., and Mi, C. (2019). Underwater wireless power transfer system with a curly coil structure for auvs. *IET Power Electronics*, 12(10), 2559–2565.
- Yu, L., Sun, H., Su, S., Tang, H., Sun, H., and Zhang, X. (2023). Review of crucial problems of underwater wireless power transmission. *Electronics*, 12(1). doi:10.3390/electronics12010163. URL <https://www.mdpi.com/2079-9292/12/1/163>.
- Zhao, L., Thrimawithana, D.J., and Madawala, U.K. (2017). Hybrid bidirectional wireless ev charging system tolerant to pad misalignment. *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, 64(9), 7079–7086. doi:10.1109/TIE.2017.2686301.
- Zhao, L., Thrimawithana, D.J., Madawala, U.K., Hu, A.P., and Mi, C.C. (2019). A misalignment-tolerant series-hybrid wireless ev charging system with integrated magnetics. *IEEE Transactions on Power Electronics*, 34(2), 1276–1285. doi:10.1109/TPEL.2018.2828841.