Monitoramento de Geomateriais - Uma Abordagem Hamiltoniana

Victor H. Rocha [*] **Marcos N. Rabelo** [**] **Carlos D. Maciel** [***]
Alcides E. C. Nunez [****] **Luciana V. Silva** [†]

[*] *Instituto de Física, PPGCEM, Universidade Federal de Catalão (e-mail: victor@vhrocha.com.br)*
[**] *Instituto de Matemática e Estatistica - IMTec, Universidade Federal de Catalão (e-mail: marcosrabelo@ufcat.edu.br)*
[***] *Faculdade de Engenharia e Ciências - Universidade Estadual Paulista - UNESP (e-mail: carlos.maciel@unesp.br)*
[****] *Falculdade de Engenharia - Feng, Universidade Federal de Catalão (e-mail: alcidescanonunez@ufcat.edu.br)*
[†] *Intituto de Matemática e Tecnologia - IMTec, Universidade Federal de Catalão (e-mail: lucianavales@gmail.com)*

Abstract: In this work a poroelasticity model is used to give the waves propagation in geomaterials. The tensor of tensions is presented in order to describe the plastic behavior of materials. The construction of such matrix takes into account the hypothesis that in the initial instant of time in which the analysis is started the geomaterial behaves like a solid, getting thus initial stiffness matrix. From this, build up a mechanical model taking into account the poropreassure generates by fluid-structure interaction. The amount of mass that percolates through the porous material is described by *Darcy*'laws taking into account the *Biot*'works. In order to describe the dynamic of structure the *Hamiltonian* of the geomaterial is constructed based on Christofffel's equations.

Resumo: Neste trabalho um modelo de poroelasticidade é usado para descrever a propagação de ondas em geomateriais. Apresenta-se um modelo de tensor de tensões para descrever o comportamento plástico do material. A construção desta matriz leva em consideração a hipótese que no instante inicial de análise o geomaterial se comporta como um sólido, possuindo assim uma matriz de rigidez inicial. A partir daí constrói-se um modelo mecânico levando em consideração a poropressão gerada pela interação fluido-estrutura. A quantidade de massa que percola pelo material poroso é descrita pela lei de *Darcy* levando em consideração os trabalhos de *Biot*. Para descrever a dinâmica da estrutura o *Hamiltoniano* do geomaterial é construído com base nas equações de Christoffel.

Keywords: Monitoring; dynamics; geomaterials; hamiltonian; poroelasticity.
Palavras-chaves: Monitoramento; dinâmica; geomateriais; hamiltoniano, poroelasticidade.

1. INTRODUÇÃO

Os danos causados por rompimento de barragens de rejeitos, devido a falhas geológicas estruturais, podem gerar prejuízos nos ambitos social, ambiental e econômico, consideráveis (Assis et al., 2023; Labonne, 2016).

Embora, conforme Burritt and Christ (2018), a atividade de mineração no século XX tenha aumentado, a adoção de metodologias de contenção dos resíduos da mineração não tem acompanhado este crescimento, haja vista o aumento da quantidade de desastres reportados pelos noticiários ao redor do mundo. Diversos autores descrevem os impactos socioambientais das ocorrências de falhas em barragens ao redor do mundo, dentre eles, Mancuso et al. (2023), Carter and Williams (2022) e Zhang and Wang (2023), com destaque aos acidentes ocorridos no Brasil em Mariana (2015) e Brumadinho (2019), ambos em barragens localizadas no estado de Minas Gerais, sendo abordados de forma ampla pelos autores Milanez and Santos (2023) e Gonzalez and Castro (2022).

Diversas foram as contribuições de pesquisas científicas após os acidentes ocorridos no Brasil, como destaque é possível citar Santos and Oliveira (2022) e Costa and Souza (2023), ambos com desenvolvimento de modelos de sensoriamento remoto e instrumentação geotécnica no monitoramento de barragens de rejeitos. Destaca-se a aplicação de tecnologias como o radar interferométrico e a sismologia de barragens com modelagem preditiva. Também houve avanções tecnológicos significativos com desenvolvimento e a aplicação de modelos computacionais híbridos para auxiliar na localização de vítimas soterradas Pinheiro et al. (2021) e modelos de previsão e mitigação de

[⋆] Processo nº 202210267000634, Fundação de Amparo à Pesquisa do Estado de Goiás (FAPEG)

perdas humanas e impactos ambientais de Lumbroso et al. (2021).

A questão de segurança de barragens de rejeitos é um tema central. A literatura tem apresentado vários trabalhos referentes a este problema. De forma geral o procedimento consiste em apresentar um modelo mecânico baseado em relações constitutivas do solo levando em consideração a poropressão gerada pela percolação de água na barragem e a partir de métodos de aproximação numérica apresentar a taxa de deformação do solo em função do carregamento devido ao fluxo de água no qual a estrutura fica submetida, apresentando os resultados por meio de simulações numéricas, Aude et al. (2022); Peyman (2022); Ma et al. (2022); Liu et al. (2024). Outra linha de pesquisa apresenta resultados referentes à predição dos possíveis deslocamentos que a estrutura poderá sofrer frente a vários tipos de cenários, Su et al. (2021); Cheng and Xiong (2017); Zhang et al. (2019); Zhu et al. (2022).

Eventos climáticos extremos, como chuvas intensas, inundações, deslizamentos de solo, secas e tempestades, também podem ter um impacto significativo em áreas como barragens e reservatórios Vinca (2021). Durante períodos de fortes chuvas ou inundações, o nível da água em um reservatório pode subir rapidamente, potencialmente fazendo com que a barragem transborde. Isto pode levar à erosão da crista e da face a jusante da barragem, resultando na ruptura da barragem se não for gerida adequadamente. Chuvas fortes e inundações também podem causar aumento da sedimentação nos reservatórios, reduzindo sua capacidade de armazenamento e afetando a qualidade da água armazenada. Isto pode exigir operações dispendiosas de remoção de sedimentos ou mesmo a construção de novas barragens e reservatórios para manter o abastecimento de água Leufen et al. (2022); Luo et al. (2022);Hawcroft et al. (2021).

Na literatura é possível identificar diversas aplicações de modelos de deformações de estruturas geotécnicas, como ferramentas de previsão do comportamento de diferentes materiais e estruturas sob cargas variadas. Podemos destacar os modelos baseados em Elementos Finitos Li et al. (2021), modelos hipoplásticos usados em solos com resposta às cargas com comportamento não linear Wu and Wang (2022), modelos elastoplástico, usado para previsão de deformações permanentes em taludes e fundações Sheng and Sloan (2021), e modelos de deformação acoplada hidro-mecânica, baseados na interação entre os fluxos de água e a deformação do solo, cruciais para a análise de problemas de subsidência, consolidação e comportamentos dependentes do tempo em solos saturados Pereira and Oliveira (2023).

No presente trabalho apresenta-se um novo modelo de deformação da estrutura baseado na poromecânica. A metodologia apresentada permite estabelecer um critério que pode ser usado para identificar a liquefação da barragem. Algumas simulações são conduzidas e comparadas com resultados encontrados na liteturatura

2. MODELO DE DEFORMAÇÃO PLÁSTICA DO SOLO

Plasticidade como modelo matemático de deformação foi originalmente aplicado em metais, Chau (2018). Entretanto, devido a propriedades bastante peculiares, cuja características são restritas a solos, como alta sensibilidade a compressão, compressibilidade e dilatação plástica, Chau (2018), a tarefa de construção das funções de escoamento, usadas como modelos para a análise de solos, tornou-se mais complexa. Foi a partir do trabalho seminal de Drucker and Prager (1952), que os modelos de plasticidade passaram a ser utilizados na descrição de geomateriais. Desde então várias contribuições tem sido feitas sobre esse tema. Em particular ressalta-se os trabalhos relativos à identificação do estado de liquefação do solo, Wang et al. (2014); Ulker (2024); Andrianopoulos et al. (2010). A seguir, é apresentado o modelo de plasticidade para o solo.

2.1 Modelo de Plasticidade para o Solo

Neste trabalho, o modelo de plasticidade será usado como uma métrica para analisar a perda de resistência do solo. Tal caracterização é representada por uma superfície de plasticidade no espaço de tensão-deformação, conhecida como função de escoamento Chau (2018). Essa superfície delimita as condições sob as quais o solo entra em estado plástico. Segundo Das and Sobhan (2007), quando as tensões atuantes excedem os limites dessa superfície, ocorrem deformações plásticas. Existem diferentes critérios de plasticidade utilizados na engenharia, como o critério de Mohr-Coulomb e o critério de von Mises.

As funções de escoamento são dadas por

$$f = \tau_e + \mu\sigma - k, \quad g = \tau_e + \beta\sigma - k',, \tag{1}$$

onde

$$\tau_e = \frac{1}{\sqrt{2}}\sqrt{s_{ij}s_{kl}}, \quad \text{e} \quad \sigma = \frac{1}{3}\text{tr}(\sigma), \tag{2}$$

e

$$\mathbf{s} = \sigma - \frac{\mathbf{1}}{\mathbf{3}}\text{tr}(\sigma)\mathbf{I}. \tag{3}$$

O tensor σ representa a rigidez da estrutura para o caso em que está totalmente consolidado. A perda de resistência, representada pelo tensor

$$\tau_{ij} = C_{ijkl}D_{kl} - \frac{C^e_{ijkl}C^e_{mnpq}P_{kl}Q_{pq}D_{mn}}{h + C^e_{mnqp}P_{mn}Q_{pq}}, \tag{4}$$

é usada como métrica para monitorar a segurança da estrutura. Na equação (4), os tensores P_{ij} e Q_{ij} são obtidos a partir das funções de escoamento (1) pela fórmula

$$Q_{ij} = \frac{\partial f}{\partial \sigma_{ij}}, \quad P_{ij} = \frac{\partial g}{\partial \sigma_{ij}}. \tag{5}$$

O próximo passo na análise do sistema é expressar o tensor de tensões σ_{ij} em função do campo de deslocamento $u_i, i = 1, \ldots, 3$. Para isto, primeiramente, observamos que

$$2\mu\epsilon_{ij} = \sigma_{ij} + p\delta_{ij} - \frac{\nu}{1+\nu}\left(\sigma_{kk} + 3p\right)\delta_{ij} + \frac{2G}{3}\left(\frac{1}{H} - \frac{1}{K}\right)p\delta_{ij} \tag{6}$$

representa o modelo de poroelasticidade para a estrutura, e μ, ν, são os parâmetros usuais para solo no contexto de materiais isotrópicos; G, H e K são os parâmetros no

contexto da poropressão, veja Biot (1941) para maiores detalhes. Em (4) duas observações devem ser feitas. A primeira é que a equação (6) está na forma de flexibilidade; para efeito de cálculos é necessário que o modelo esteja na forma de rigidez, portanto deve-se colocar o campo σ_{ij} em função de ϵ_{ij}. A segunda é que p representa o campo de pressão produzido na estrutura a partir da percolação do fluido, gerado pelo contato destes dois materiais. O campo de deslocamento u_i deve satisfazer a equação de *Newton-Cauchy* no contexto da poromecânica Chau (2018) juntamente com

$$\rho\ddot{u}_i = \sigma_{ij,j} = \mu(u_{i,jj} + u_{j,ij}) + \lambda u_{k,ki} - \zeta p_{,i}, \qquad (7)$$

em que índice repetido representa somatório e u_i é dado por

$$u_i(x_i) = U_i e^{-i\omega(t - p_j x_j)}. \qquad (8)$$

Para resolver (7) considera-se o problema de autovalores associado. Tendo isto em mente e substituindo (8) em (7) obtém-se a equação de Christoffell

$$\left[\left(-\rho\omega^2 + \mu p_j^2\right)\delta_{il} + (\mu + \lambda)p_i p_l\right]U_l = 0,\ i = 1, 2, 3. \quad (9)$$

A solução de (9) passa pela aproximação de Born-Oppenheimer, veja Cervenỳ (2001), por isso é necessário normalizar (9) o que é feito introduzindo a variável q_i por meio da relação

$$q_i = \frac{p_i}{\omega}, \qquad (10)$$

levando ao problema de autovalores

$$\left[\left(-\rho + \mu q_j^2\right)\delta_{il} + (\lambda + \mu)q_i q_l\right]U_l = 0. \qquad (11)$$

2.2 Saturação do Material - Poroelasticidade

O papel que o campo de pressão p exerce na estabilidade da estrutura está expresso na equação (9). Percebe-se que a medida que a pressão aumenta a tensão também aumenta fazendo com que a estrutura perca sua rigidez inicial. Nesta seção faz-se uma correlação entre o campo de pressão p com a quantidade de volume de água introduzida no sistema.

A massa de fluido m que percola na estrutura, pode ser relacionada com o deslocamento da barragem u_i e com o campo de pressão p gerado pela percolação usando a lei constitutiva de vazão, Chau (2018),

$$m - m_0 = \zeta\rho\left[\epsilon_{kk} - \frac{\zeta p}{K_u - K}\right],\ \zeta = 1 - \frac{K}{K'}. \qquad (12)$$

onde pela lei de Darcy, o fluxo hídrico que passa pela estrutura é

$$\ddot{m} = c m_{i,i}. \qquad (13)$$

Tanto na equação (12) quanto em (13) os parâmetros c e ζ estão relacionados com os coeficientes de Young's, Poisson e cisalhamento do solo, bem como com seu módulo de compressibilidade e com o parâmetro de acoplamento entre a quantidade de vazão mássica e a tensão gerada Chau (2018). Finalmenten, é importante ressaltar que as equações (12) e (13) permitem fazer uma estimativa da pressão efetiva no solo, $\sigma_{ij} + p\delta_{ij}$ a partir do seu deslocamento, medido pelo sismógrafo, e a quantidade de água medida por um sensor de umidade.

2.3 Dinâmica Hamiltoniana

As equações dinâmicas que descrevem o comportamento do material, conforme (7), são equações diferenciais de ordem dois, tanto na variável temporal t, quanto nas variáveis de posição x_i, sendo que os parâmetros do solo podem depender ou não da geometria, ou seja, isotrópico ou anisotrópico. A teoria adotada no presente trabalho permite obter soluções tanto para o caso isotrópico quanto para anisotrópico. O princípio é baseado na aproxiamação assintótica Cervenỳ (2001). Nesta teoria o tempo de viagem da onda e sua amplitude estão relacionados pela equação eikonal e pela equação do transporte, veja Cervenỳ (2001) para maiores detalhes. A equação eikonal é justamente aquela responsável por construir a rede de percolação do fluido no solo. Utilizando esta teoria, constrói-se o hamiltoniano como o determinante de (11),

$$\begin{aligned}\mathcal{H}(q_1, q_2, q_3) = &(-\rho + \mu q_j^2)^3 + 2(\lambda + \mu)^3 q_1^2 q_2^2 q_3^2 \\ &-2(\lambda + \mu)(-\rho + \mu q_j^2)q_2^2 q_3^2 \\ &-(\lambda + \mu)^2(-\rho + \mu q_j^2)q_1^2 q_3^2. \end{aligned} \qquad (14)$$

Como o hamiltoniano $\mathcal{H}$ depende apenas do vetor de propagação q_j, a função $\mathcal{H}(q_1, q_2, q_3)$ deve satisfazer a condição

$$\frac{\partial\mathcal{H}}{\partial q_i} = 0, \quad i = 1, 2, 3. \qquad (15)$$

Uma vez determinado o vetor de propagação q_j calcula-se a frequência de oscilação ω representada pelos autovalores de (9). Finalmente obtem-se os autovalres $U_l, l = 1, 2, 3$, o que permite decompor os sinais do sismógrafo utilizando os vetores U_l.

2.4 Modelagem Constitutiva com Consideração Geotécnica

O modelo constitutivo do modelo de Rudnicki-Rice (1975), descreve o comportamento de materiais com endurecimento e amolecimento sob carregamento Chau (2013). A equação generalizada da lei constitutiva, é dada por:

$$\begin{aligned}D_{klmn} = G\left(\delta_{km}\delta_{ln} + \delta_{kn}\delta_{lm}\right) + \left(K - \frac{2}{3}G\right)\delta_{kl}\delta_{mn} \\ - h\frac{s_{kl}s_{mn}}{s_{ij}s_{ij}}, \end{aligned} \qquad (16)$$

A aplicação deste modelo é particularmente útil na análise de solos e outros materiais geotécnicos que exibem comportamento não linear sob condições de carga complexas, como é o caso da liquefação. O termo de endurecimento, h, ajusta a rigidez do material com base na magnitude da deformação acumulada, capturando o comportamento do material ao longo do processo de deformação.

Cabe citar recentes aplicações deste modelo na previsão do comportamento de deformação de solos granulares sob estados de tensão complexos, como Peng et al. (2022) aplicado à liquefação de areias saturadas sob condições de carga cíclica. Utilizando um framework similar ao do modelo de Rudnicki-Rice, o estudo integra o comportamento de amolecimento e endurecimento durante a simulação de carregamentos cíclicos, o que é essencial para prever corretamente o comportamento do solo sob terremotos e

outras forças dinâmicas. O uso do modelo para determinação do comportamento tensão-deformação de argilas sob carregamento cíclico, usando uma abordagem que inclui tanto o módulo de cisalhamento quanto o módulo de compressibilidade é descrito em Zhou et al. (2023).

3. RESULTADOS NUMÉRICOS

Nesta seção alguns resultados numéricos serão apresentados. A tabela a seguir mostra os parâmetros de solos coletados experimenalmente em Borges et al. (2018).

Módulo de Young	Coeficiente de Poisson
59,3	0,2
46,3	0,3
79,2	0,4

Tabela 1. Valores Paramétricos do Solo

A partir dos parâmetros dados na tabela (1) e levando-se em consideração a posição inicial do sismógrafo (500, 600, 700), informações essas dadas em metros a partir da estação de medição, a equação (15) converge para

$$q_1 = -0.1914,\ q_2 = 0.5762,\ q_3 = 0.7946. \tag{17}$$

Usando (17) calcula-se os autovalores U_i que são dados por

$$\begin{aligned} U_1 &= [0.6248\ 0.3135\ -0.7150], \\ U_2 &= [0.6183\ -0.7579\ 0.2080], \\ U_3 &= [0.4767\ 0.5721\ 0.6674]. \end{aligned} \tag{18}$$

Usando os valores U_i em (18), juntamente com (10) a resposta em oscilações livres

$$u_i = U_i e^{-i\omega(t-\omega q_i x_i)} \tag{19}$$

A implementação (19) leva em consideração uma frequência de $\omega = 100Hz$, a localização fica em uma vizinhança do sismógrafo $x_j = [510, 610, 710]$ com direção de propagação (17). O perfil do deslocamento do solo é apresentado em (1). Para uma frequência de $\omega = 500Hz$ o perfil de deslocamento do solo é apresentado em (2). É possível identificar os principais parâmetros de estabilidade do solo, baseados nas equações e na teoria de deformação do solo aqui descritas.

Apresentamos a seguir a metodologia de análise dos sinais proveniente dos sismógrafos. Redefini-se a matriz de Christoffel como

$$\Gamma_{il} = \left(-\rho + \mu q_j^2\right)\delta_{il} + (\lambda + \mu) q_i q_l, \tag{20}$$

de forma que a aquisição de dados possa ser definida por meio da equação

$$\Gamma_{il} A_l = V_i,\ \ i, l = 1, 2, 3, \tag{21}$$

onde o vetor V_i representa os dados de deslocamentos obtidos pelos sensores; o vetor de incógnitas A_i são as perturbações as serem calculadas sendo dadas pela equação

$$A_i = (V_j \cdot U_j) U_{ji}. \tag{22}$$

Finalmente a resposta às excitações da estrutura são dadas pela equação

$$u_i(x_i) = A_i e^{-\sqrt{-1}\omega(t-\omega q_j x_j)}. \tag{23}$$

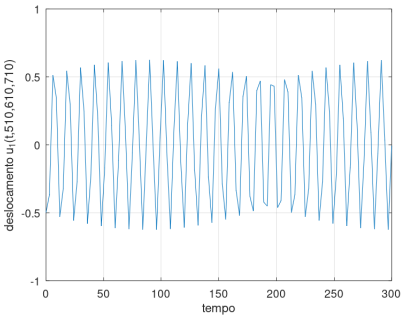

Figura 1. Perfil de deslocamento na direção x para uma frequência de $w = 100Hz$

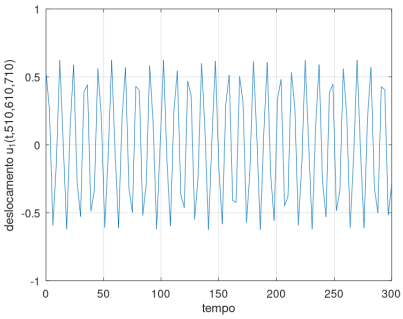

Figura 2. Perfil de deslocamento na direção x para uma frequência de $w = 500Hz$

4. DISCUSSÃO

A abordagem moderna da teoria da poroelasticidade é análoga à teoria da termoelasticidade no que diz respeito às variáveis internas. O último é com estresse mecânico e difusão térmica, e o primeiro é com estresse mecânico e fluxo de água ou com poropressão. No entanto, há uma diferença considerável entre as duas teorias. No contexto da termoelasticidade, o tensor de tensão e o potencial térmico estão desacoplados, o que significa que ambas as variáveis são independentes. Este fato não é observado na teoria da poroelasticidade; quando o volume de controle é dividido em partes saturadas e insaturadas, o coeficiente de Poisson de cada parte é diferente, o que significa que é necessária outra equação, relacionando as taxas de variações volumétricas da água com a pressão dos poros; o mesmo raciocínio é aplicado às taxas de variações volumétricas do ar sendo que, neste último caso, o problema envolve questões de compressibilidade, portanto, é necessário um conjunto de informações envolvendo o campo de temperatura. Pode-se concluir que os modelos que envolvem questões de termoelasticidade não podem ser convertidos automaticamente para o contexto da poroelasticidade Chau (2018).

Apesar dessa analogia, há diferenças fundamentais entre as duas teorias. Na termoelasticidade, o tensor de tensão e o potencial térmico são considerados desacoplados, o que implica que essas variáveis podem variar independentemente. Esse desacoplamento simplifica a modelagem matemática, pois não requer uma interação direta entre a difusão térmica e a resposta mecânica. Estudos recentes reforçam essa independência, destacando a aplicabilidade da teoria em sistemas onde o fluxo de calor e a deformação

mecânica não interagem diretamente de forma significativa Mahapatra and Bhattacharyya (2021).

Por outro lado, na poroelasticidade, tal independência não é observada. Quando um volume de controle é dividido em partes saturadas e insaturadas, o coeficiente de Poisson de cada parte difere significativamente. Essa diferença implica que é necessária uma equação adicional para relacionar as taxas de variações volumétricas da água com a pressão dos poros. Similarmente, quando consideramos as variações volumétricas do ar, o problema torna-se ainda mais complexo devido à necessidade de incorporar informações sobre compressibilidade e temperatura. Estudos recentes demonstram que a compressibilidade dos fluidos intersticiais e a deformação da matriz sólida são altamente interdependentes, resultando em um acoplamento intrínseco entre as variáveis mecânicas e hidrológicas Pimienta et al. (2020).

Portanto, é evidente que modelos desenvolvidos para problemas de termoelasticidade não podem ser automaticamente aplicados a problemas de poroelasticidade. A complexidade adicional introduzida pelo acoplamento das variáveis na poroelasticidade requer uma abordagem diferenciada, que leva em conta não apenas a mecânica dos materiais, mas também a interação entre os fluidos intersticiais e a estrutura porosa Biot (2016).

5. CONCLUSÃO

Diante dos desafios apresentados, do ponto de vista analítico, as abordagens comumente adotadas podem ser divididas em duas partes: a primeira é relacionar a razão de variação volumétrica da água com a pressão dos poros; a segunda é associar a relação de variação volumétrica da água com o tensor de tensões do solo, este último visto como elemento estrutural e, portanto, dotado de rigidez interna. A dificuldade é que os parâmetros associados a esses modelos são extremamente complexos de serem encontrados, mesmo no contexto de experimentos controlados de laboratório

Dadas as principais variáveis que ditam o comportamento da dinâmica dos solos, alguns pontos críticos devem ser destacados. Primeiro, um monitoramento eficiente e um sistema capaz de detectar deformações excessivas podem reduzir o risco de falhas. Em segundo lugar, a taxa de amostragem e a variabilidade dos dados são essenciais para atingir limiares fiáveis. Isso se torna um desafio, uma vez que possuir modelos geológicos lida com dados massivos de parâmetros e do grau de liberdade utilizado para aproximar valores numéricos. Isto pode ser abordado usando procedimentos experimentais ou dados de amostragem em campo. Em relação à última atividade, a variabilidade dos dados pode causar problemas, e uma forma de lidar com ela pode evitar erros de análise para estabelecer valores normativos.

Para a análise da dinâmica da estrutura, o Hamiltoniano do geomaterial foi construído com base nas equações de Christoffel, o que permite uma análise detalhada das ondas propagantes e das condições de estabilidade do solo. Os resultados numéricos obtidos a partir dos parâmetros de solo e das equações dinâmicas demonstram a capacidade do modelo proposto em prever a perda de resistência da estrutura devido à pressão de fluidos e ao deslocamento da barragem. A precisão do modelo na estimativa da pressão efetiva e no monitoramento da segurança da estrutura sugere que ele pode ser uma ferramenta valiosa para a análise de risco e a prevenção de falhas catastróficas em barragens de rejeitos.

Portanto, o modelo de poroelasticidade e o formalismo hamiltoniano demonstraram ser eficazes para a compreensão da dinâmica de geomateriais, especialmente em contextos onde a segurança estrutural é crítica. Esses métodos podem ser estendidos a outros tipos de geomateriais e cenários geotécnicos, proporcionando uma base robusta para futuras pesquisas e aplicações práticas na engenharia geotécnica.

REFERÊNCIAS

Andrianopoulos, K.I., Papadimitriou, A.G., and Bouckovalas, G.D. (2010). Bounding surface plasticity model for the seismic liquefaction analysis of geostructures. *Soil Dynamics and Earthquake Engineering*, 30(10), 895–911.

Assis, T., Cordeiro, F., and Schiavon, L. (2023). How stock market reacts to environmental disasters and judicial decisions: A case study of mariana's dam collapse in brazil. *International Review of Law and Economics*, 73, 106105. doi:https://doi.org/10.1016/j.irle.2022.106105. URL `https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0144818822000618`.

Aude, S.A., Mahmood, N.S., Sulaiman, S.O., Abdullah, H.H., and Al Ansari, N. (2022). Slope stability and soil liquefaction analysis of earth dams with a proposed method of geotextile reinforcement. *GEOMATE Journal*, 22(94), 102–112.

Biot, M.A. (1941). General theory of three-dimensional consolidation. *Journal of applied physics*, 12(2), 155–164.

Biot, M.A. (2016). *Poroelasticity: Advances in Theory and Applications*. Springer, Berlin, Germany.

Borges, J.J.d.S., Freitas, M.L.R.d.A., and Ferreira, S.R.d.M. (2018). Variação do módulo de elasticidade de um solo colapsível de petrolina-pe com e sem inundação. *Matéria (Rio de Janeiro)*, 22.

Burritt, R.L. and Christ, K.L. (2018). Water risk in mining: Analysis of the samarco dam failure. *Journal of cleaner production*, 178, 196–205.

Carter, J.P. and Williams, D.J. (2022). Failure mechanisms and risk analysis of tailings dams: Insights from global cases. *Engineering Geology*, 302, 106612. doi:10.1016/j.enggeo.2021.106612.

Cervenỳ, V. (2001). *Seismic ray theory*, volume 110. Cambridge university press Cambridge.

Chau, K.T. (2013). *Analytic Methods in Geomechanics*. CRC Press, Boca Raton, FL, 1st edition.

Chau, K.t. (2018). *Analytic methods in geomechanics*. CRC Press.

Cheng, J. and Xiong, Y. (2017). Application of extreme learning machine combination model for dam displacement prediction. *Procedia Computer Science*, 107, 373–378.

Costa, J.C. and Souza, E.F. (2023). Development of an integrated system for real-time monitoring of mining dams in brazil: Challenges and opportunities. *Computers and*

Geotechnics, 150, 104887. doi:10.1016/j.compgeo.2023.104887.

Das, B.M. and Sobhan, K. (2007). Fundamentos de engenharia geotécnica.

de Lumbroso, D., Wegg, J., Bennett, O., Reeve, D.E., Shumack, K., and Baldwin, M. (2021). Modelling the brumadinho tailings dam failure, the subsequent loss of life and how it could have been reduced. *Natural Hazards*, 107(1), 175–202. doi:10.1007/s11069-020-04458-9. URL `https://doi.org/10.1007/s11069-020-04458-9`.

Drucker, D.C. and Prager, W. (1952). Soil mechanics and plastic analysis or limit design. *Quarterly of applied mathematics*, 10(2), 157–165.

Gonzalez, M. and Castro, G. (2022). Improving tailings dam safety: Challenges and new approaches after recent failures. *Geotechnical Engineering Journal*, 43(2), 123–135. doi:10.1680/geoj.21.00035.

Hawcroft, M., Lavender, S., Copsey, D., Milton, S., Rodríguez, J., Tennant, W., Webster, S., and Cowan, T. (2021). The benefits of ensemble prediction for forecasting an extreme event: The queensland floods of february 2019. *Monthly Weather Review*, 149(7), 2391–2408.

Labonne, B. (2016). Mining dam failure: Business as usual? *The Extractive Industries and Society*, 3(3), 651–652. doi:https://doi.org/10.1016/j.exis.2016.03.010. URL `https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S2214790X16300648`.

Leufen, L.H., Kleinert, F., and Schultz, M.G. (2022). O3resnet: Adeep learning based forecast system to predict local ground-level daily maximum 8-hour average ozone.

Li, X., Liu, H., and Zhang, F. (2021). Numerical simulation of deformation behavior of geotechnical structures using finite element method. *Computers and Geotechnics*, 129, 103787. doi:10.1016/j.compgeo.2020.103787.

Liu, H., Nagula, S., Jostad, H.P., Piciullo, L., and Nadim, F. (2024). Considerations for using critical state soil mechanics based constitutive models for capturing static liquefaction failure of tailings dams. *Computers and Geotechnics*, 167, 106089.

Luo, X., Nadiga, B.T., Park, J.H., Ren, Y., Xu, W., and Yoo, S. (2022). A bayesian deep learning approach to near-term climate prediction. *Journal of Advances in Modeling Earth Systems*, 14(10), e2022MS003058.

Ma, W., Zhang, G., Yang, Y., Wang, P., Zhao, Y., and Lin, Q. (2022). The piping failure mechanism of a loess dam: The 2021 dam break of the yang village reservoir in china. *Frontiers in Earth Science*, 10, 892179.

Mahapatra, R. and Bhattacharyya, S. (2021). Thermoelastic responses of functionally graded materials under thermal and mechanical loads: A comprehensive review. *Mechanics of Advanced Materials and Structures*, 28(14), 1451–1471.

Mancuso, M.T., Figueiredo, T.P., and McAllister, M.L. (2023). Tailings dam failures: A review of recent incidents and the role of geomorphic and engineering factors. *Environmental Earth Sciences*, 82(4), 123–139. doi:10.1007/s12665-023-10685-1.

Milanez, B. and Santos, R.S.P. (2023). The socio-environmental impacts of mining tailings dam failures: Lessons from the mariana and brumadinho disasters in brazil. *Journal of Environmental Management*, 343, 118451. doi:10.1016/j.jenvman.2023.118451.

Peng, S. et al. (2022). Constitutive modeling of cyclic behavior of saturated sands considering liquefaction. *Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering*, 148(10), 04022081.

Pereira, J.M. and Oliveira, P.J.V. (2023). Hydro-mechanical coupled modeling of soil deformation: Advances and future challenges. *Acta Geotechnica*, 18(3), 775–790. doi:10.1007/s11440-023-01513-2.

Peyman, F. (2022). Investigation of failure mechanism in earth dam upon triggered liquefaction. *Analytical and Numerical Methods in Mechanical Design*, 1(2), 39–57.

Pimienta, L., Caporale, A., and Gambolati, G. (2020). Poroelastic behavior of an aquifer under pumping: A numerical study. *Journal of Hydrology*, 587, 124931.

Pinheiro, R.F., Bustos, H.I.A., Turrin, B.B., da Costa Monteiro, F.M., Colón, D., Silveira, M.F., and de Oliveira, A.M. (2021). Hybrid computational model to assist in the location of victims buried in the tragedy of brumadinho. *Journal of Environmental Analysis and Progress*, 6(3), 183–193.

Santos, M.A. and Oliveira, L.H. (2022). Use of remote sensing and geotechnical instrumentation in tailings dam monitoring in brazil: Lessons learned from recent failures. *Engineering Geology*, 307, 106761. doi:10.1016/j.enggeo.2022.106761.

Sheng, D. and Sloan, S.W. (2021). Elastoplasticity in geomechanics: Advances and applications. *Géotechnique*, 71(11), 991–1012. doi:10.1680/jgeot.20.P.211.

Su, Y., Weng, K., Lin, C., and Zheng, Z. (2021). An improved random forest model for the prediction of dam displacement. *IEEE Access*, 9, 9142–9153.

Ulker, M.C. (2024). Cyclic response of granular soils evaluated through a strain hardening model incorporated into the generalized plasticity framework. *International Journal of Geotechnical Engineering*, 1–16.

Vinca, A. (2021). *Integrated climate-land-energy-water solutions: modelling and assessment of sustainability policy options*. Ph.D. thesis.

Wang, R., Zhang, J.M., and Wang, G. (2014). A unified plasticity model for large post-liquefaction shear deformation of sand. *Computers and Geotechnics*, 59, 54–66.

Wu, W. and Wang, Z. (2022). Hypoplasticity in geotechnical engineering: theory, application, and challenges. *International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics*, 46(5), 707–724. doi:10.1002/nag.3250.

Zhang, J., Cao, X., Xie, J., Kou, P., et al. (2019). An improved long short-term memory model for dam displacement prediction. *Mathematical Problems in Engineering*, 2019.

Zhang, Y. and Wang, X. (2023). Assessing the impacts of tailings dam failures: A geospatial and temporal analysis. *Science of The Total Environment*, 863, 161051. doi:10.1016/j.scitotenv.2023.161051.

Zhou, W. et al. (2023). A generalized plasticity model for describing the stress-strain behavior of clays under cyclic loading. *Soil Dynamics and Earthquake Engineering*, 164, 107298.

Zhu, Y., Gao, Y., Wang, Z., Cao, G., Wang, R., Lu, S., Li, W., Nie, W., and Zhang, Z. (2022). A tailings dam long-term deformation prediction method based on empirical mode decomposition and lstm model combined with attention mechanism. *Water*, 14(8), 1229.